

# الجبر

ملاحظة : خاص للأقسام العلمية

أولاً : قواعد وأساسيات الإشارات

أ- الجمع :

❖ إذا تشابهت الإشارات حال الجمع كأن تكون جميع الأعداد موجبة الإشارة أو سالبتها فالناتج يكون مجموع هذه الأعداد وإشارة الناتج تكون نفس إشارة الأعداد .

مثال : اجمع :

$$٣ + ٤ + ٧ + ٥ = ١٩$$

ملاحظة : لا توضع إشارة موجب عادة في الناتج إذا كان موجب لان أي عدد ليس بجواره إشارة فيكون موجب .

$$٢٠ - = (٧ -) + (٦ -) + (٤ -) + (٣ -)$$

ملاحظة : يجب وضع أقواس على العدد السالب وممكن الاستغناء عن إشارات الجمع والأقواس الموجودة في العملية الرياضية والسبب سيأتي بيانه في الطرح .

❖ إذا اختلفت الإشارات حال الجمع كأن يكون أحد الأعداد موجب والآخر سالب فيكون الوصول للناتج بأن نأخذ إشارة العدد الأكبر ونطرح العددين .

مثال : اجمع :

$$3 - = (3 - 6) - = (6 - ) + 3$$

$$3 = 3 + = (4 - 7) + = 7 + 4 -$$

ب- الطرح :

❖ في حال الطرح عند اختلاف الإشارات نقوم بقلب الطرح إلى جمع وقلب إشارة العدد الذي يلي إشارة الطرح ونقوم بعملية جمع كما في الشرح السابق .

مثال : اطرح :

$$3 = 5 - 8$$

ملاحظة : هنا لم نقم باستخدام أسلوب الحل لان العملية تحل بالطرح التقليدي .

$$8 - = (4 - ) + 4 - = 4 - 4 -$$

ملاحظة : قمنا بتحويل الطرح إلى جمع وقلبنا إشارة العدد الذي يلي إشارة الطرح .

$$3 - = (5 - 8) - = (8 - ) + 5 = 8 - 5$$

ملاحظة : قمنا بتحويل الطرح إلى جمع وقلبنا إشارة العدد الذي يلي إشارة الطرح ثم أجرينا عملية جمع بالطرق المشروحة أعلاه .

## ج- الضرب :

❖ في حال الضرب إذا تشابهت الإشارات فإن الناتج موجب ، وإذا اختلفت الإشارات فإن الناتج سالب .

مثال : اضرب :

$$15 = 15 + = 5 \times 3$$

$$36 = 36 + = (6 -) \times 6 -$$

$$56 - = 8 \times 7 -$$

$$63 - = (9 -) \times 7$$

## د- القسمة :

❖ في حال القسمة إذا تشابهت الإشارات فإن الناتج موجب ، وإذا اختلفت الإشارات فإن الناتج سالب .

مثال : اقسم :

$$5 - = (3 -) \div 15$$

$$3 = 3 + = (1 -) \div 3 -$$

$$6 - = 12 \div 72 -$$

$$5 = 5 \div 25$$

## ثانياً : قواعد وأساسيات القوى

### تعريف :

أ<sup>ن</sup> : تعني أن العدد ( أ ) مضروب في نفسه بعدد ( ن ) من المرات .

والعدد ( أ ) يسمى أساس

والعدد ( ن ) يسمى أس

### مثال :

$$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$$

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

$$36 = 6 \times 6 = 6^2$$

## ملاحظة ( ١ )

$$أ' = أ$$

أي عدد ( أ ) مرفوع للقوة ( ١ ) يساوي نفس العدد ( أ )

**مثال :**

$$٥ = ٥'$$

$$١٠٠ = ١٠٠'$$

## ملاحظة ( ٢ )

أ' : تعني أن العدد ( أ ) مرفوع للقوة صفر

ودائماً أي عدد مرفوع لقوة صفر = ١

**مثال :**

$$١ = ٥'$$

$$١ = ١٠٠٠٠٠'$$

$$١ = ٤٠٤٤'$$

## ملاحظة ( ٣ )

أ : تعني أن العدد ( ١ ) مرفوع لقوة العدد ( أ )

ودائماً العدد ( ١ ) مرفوع لقوة أي عدد = ١

## مثال :

$$١ = ٤$$

$$١ = ٥٠٠$$

$$١ = ١٠٠٠$$

## ملاحظة ( ٤ )

$$٢ ( أ ن ) = ٢ × ن$$

قوة القوة بينهما عملية ضرب

## مثال :

$$٦٤ = ٦ ٢ = ٢ × ٣ ٢ = ٢ ( ٣ ٢ )$$

$$٢٥٦ = ٤ ٤ = ٢ × ٢ ٤ = ٢ ( ٢ ٤ )$$

$$٦٢٥ = ٤ ٥ = ٤ ( ٥ )$$

**ملاحظة ( ٥ )**

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

في حال الضرب إذا تساوت الأساسات نجمع الأسس

**مثال :**

$$64 = 2^6 = 2^{(4+2)} = 2^4 \times 2^2$$

$$125 = 5^3 = 5^{(2+1)} = 5^2 \times 5$$

$$81 = 3^4 = 3^{(2+2)} = 3^2 \times 3^2$$

**ملاحظة ( ٦ )**

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

في حال القسمة إذا تساوت الأساسات نطرح الأسس

**مثال :**

$$9 = 3^2 = 3^{(3-1)} = 3^3 \div 3^1$$

$$16 = 2^4 = 2^{(5-1)} = 2^5 \div 2^1$$

$$6 = 2^1 = 2^{(6-5)} = 2^6 \div 2^5$$

**ملاحظة ( ٧ )**

١٠<sup>أ</sup>: تعني أن العدد ١٠ مرفوع لقوة العدد أ

وفي هذه الحالة يكون الناتج مضاعف للعدد ( ١٠ ) عدد أصفاره = أ

**مثال :**

$$١٠٠٠٠٠ = ٥ ١٠$$

$$١٠٠٠٠٠٠٠٠ = ١٠ ١٠$$

$$١٠ = ١ ١٠$$

$$١٠٠ = ٢ ١٠$$

**ملاحظة ( ٨ )**

$$\frac{١}{أ^ن} = أ^{(-ن)}$$

إذا كان العدد ( أ ) مرفوع لقوة سالبة ( - ن ) فإن الناتج هو مقلوب العدد ( أ<sup>ن</sup> )

**مثال :**

$$\frac{١}{٢٥} = \frac{١}{٢٥} = (-٢) ٥$$

$$\frac{١}{٦٤} = \frac{١}{٦٤} = (-٣) ٤$$

$$\frac{١}{٨١} = \frac{١}{٨١} = (-٤) ٣$$



**ملاحظة ( ٩ )**

إذا كان ( أ ) عدد طبيعي فإن :

$$(- أ)^n = أ^n \text{ : إذا كان ( ن ) عدد زوجي}$$

$$(- أ)^n = - أ^n \text{ : إذا كان ( ن ) عدد فردي}$$

**مثال :**

$$\text{النتج موجب لأن الأس زوجي ( ٤ )} \quad ١٦ = ٢^٤ = ٢^٤ (- ٢)^٤$$

$$\text{النتج سالب لأن الأس فردي ( ٣ )} \quad ٨ - = ٢^٣ - = ٢^٣ (- ٢)^٣$$

**ملاحظة ( ١٠ )**

$$أ^n \times ب^n = (أ \times ب)^n$$

في حالة الضرب إذا تساوت الأسس نقوم بإيجاد حاصل ضرب الأساسات ونرفعهم لنفس الأس

**مثال :**

$$٢١٦ = ٢^٣ \times ٢^٣ = ٢^٦ = ٢^٣ \times ٢^٣ = ٢^٣ (٢ \times ٢)$$

$$٦٤ = ٢^٢ \times ٢^٢ = ٢^٤ = ٢^٢ (٢ \times ٢)$$

$$١٠٠٠٠٠ = ١٠^٥ = ١٠^٥ (٢ \times ٥) = ٢^٥ \times ٥^٥$$

## ملاحظة ( ١١ )

$$أ^n \div ب^n = (أ \div ب)^n$$

في حالة القسمة إذا تساوت الأسس نقوم بإيجاد حاصل قسمة الأساسات ونرفعهم لنفس الأس

## مثال :

$$9 = 3^2 = (2 \div 6)^2 = 2^2 \div 6^2$$

$$16 = 2^4 = (2 \div 4)^4 = 2^4 \div 4^4$$

$$8 = 2^3 = (5 \div 10)^3 = 5^3 \div 10^3$$

## ثالثاً : قواعد وأساسيات الجذور

### تعريف :

إذا كان  $a = b^2$  فإن :

$$b = \sqrt{a}$$

الجذر التربيعي للعدد ( أ ) = ب

### مثال :

$$\text{لأن } 4 = 2 \times 2$$

$$\text{لأن } 25 = 5 \times 5$$

$$\text{لأن } 16 = 4 \times 4$$

$$\text{لأن } 9 = 3 \times 3$$

$$\text{لأن } 121 = 11 \times 11$$

$$2 = \sqrt{4}$$

$$5 = \sqrt{25}$$

$$4 = \sqrt{16}$$

$$3 = \sqrt{9}$$

$$11 = \sqrt{121}$$

**ملاحظة ( ١ )**

$$أ = \sqrt[2]{\bar{أ}}$$

إذا كان الجذر التربيعي للعدد ( أ ) مرفوع لقوة العدد ٢ فإن الناتج هو العدد ( أ )

**مثال :**

$$٥ = \sqrt[2]{\bar{٥}}$$

$$١٠٠ = \sqrt[2]{\bar{١٠٠}}$$

**ملاحظة ( ٢ )**

$$\frac{1}{ن} = \sqrt[ن]{\bar{أ}}$$

الجذر النوني للعدد ( أ ) يساوي العدد ( أ ) مرفوع لقوة مقلوب العدد ( ن )

**مثال :**

$$\frac{1}{3} ٣ = \sqrt[3]{\bar{٣}} = ٣ \text{ الجذر الثالث للعدد } ٣$$

$$\frac{1}{10} ٣٠ = \sqrt[10]{\bar{٣٠}} = ٣٠ \text{ الجذر العاشر للعدد } ٣٠$$

$$\frac{1}{2} ٦ = \frac{2}{4} ٦ = \frac{1}{4} (٢ ٦) = \sqrt[4]{\bar{٢ ٦}} = ٢ ٦ \text{ الجذر الرابع للعدد } ٢ ٦$$

## ملاحظة ( ٣ )

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

في حالة الضرب بين جذرين نقوم بإدخال الأعداد داخل جذر واحد

## مثال :

$$6 = \sqrt{36} = \sqrt{9 \times 4} = \sqrt{9} \times \sqrt{4}$$

$$4 = \sqrt{16} = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{8} \times \sqrt{2}$$

$$9 = \sqrt{81} = \sqrt{27 \times 3} = \sqrt{27} \times \sqrt{3}$$

## ملاحظة ( ٤ )

$$\sqrt{a \div b} = \sqrt{a} \div \sqrt{b}$$

في حالة القسمة بين جذرين نقوم بإدخال الأعداد داخل جذر واحد

## مثال :

$$3 = \sqrt{9} = \sqrt{3 \div 27} = \sqrt{3} \div \sqrt{27}$$

$$5 = \sqrt{25} = \sqrt{5 \div 125} = \sqrt{5} \div \sqrt{125}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{2 \div 4} = \sqrt{2} \div \sqrt{4}$$

## ملاحظة ( ٥ )

في حالة الجمع والطرح لا يمكن سوى جمع أو طرح الجذور المتشابهة ونقوم فقط بجمع المعاملات ويبقى الجذر كعامل مشترك

## مثال :

$$\sqrt{8} \sqrt{9} = \sqrt{8} ( ٥ + ٤ ) = \sqrt{8} ٥ + \sqrt{8} ٤$$

$$\sqrt{٢} \sqrt{٤} = \sqrt{٢} ( ٣ + ١ ) = \sqrt{٢} ٣ + \sqrt{٢}$$

لا يمكن الجمع بسبب اختلاف الجذور

$$\sqrt{٥} + \sqrt{٣} = \sqrt{٥} + \sqrt{٣}$$

$$\sqrt{٦} = \sqrt{٦} ١ = \sqrt{٦} ( ١ - ٢ ) = \sqrt{٦} - \sqrt{٦} ٢$$

$$\sqrt{٣} \sqrt{٢} = \sqrt{٣} ( ٣ - ٥ ) = \sqrt{٣} ٣ - \sqrt{٣} ٥$$

**ملاحظة ( ٦ )**

إذا كان الجذر ذو درجة ( ن ) وكانت فردية  
فإن ما بداخل الجذر يمكن أن يكون موجب أو سالب وناتج الجذر يجب أن  
تكون إشارته مطابقة لإشارة ما بداخل الجذر

**مثال :**

$$2 = \sqrt[3]{8}$$

$$1 = \sqrt[5]{1}$$

$$2 = \sqrt[7]{128}$$

في جميع الأمثلة السابقة كانت درجة الجذر فردية وكانت جميع نواتج  
الجذور السابقة إشارتها موافقة لإشارة ما بداخل الجذر

## رابعاً : القيمة المطلقة

### تعريف :

إذا كان ( أ ) عدد طبيعي فإن :

$$أ = | أ |$$

القيمة المطلقة للعدد ( أ ) الموجب هي العدد ( أ )

$$أ = | أ - |$$

القيمة المطلقة للعدد ( أ ) السالب هي العدد ( أ )

∴ القيمة المطلقة للصفر دائماً صفر

### مثال :

$$٩ = | ٩ - |$$

$$٤ = | ٤ - |$$

$$٣ = | ٣ - | = | ٢ - ٥ - |$$

$$١ = | ١ - | = | ٦ - ٥ - |$$

$$٣ - = ٩ - ٦ = | ٩ - | - ٦$$

$$٢ = ٣ - ٥ = | ٣ - | - | ٥ - |$$

$$٢ - = ٨ - ٦ = | ٨ - | - | ٦ - |$$

$$٠ = ١٠٠٠ - ١٠٠٠ = | ١٠٠٠ - | - | ١٠٠٠ - |$$



## خامساً : المتطابقات الجبرية

### مربع مجموع حدين

$$(أ + ب)^2 = أ^2 + ٢أب + ب^2$$

### مربع الفرق بين حدين

$$(أ - ب)^2 = أ^2 - ٢أب + ب^2$$

### الفرق بين مربعين

$$أ^2 - ب^2 = (أ + ب)(أ - ب)$$

## مسائل جبرية

$$(1) \text{ أوجد ناتج } 6^1 + 1^6 :$$

الحل :

$$7 = 1 + 6 = 6^1 + 1^6$$

$$(2) \text{ أوجد ناتج } 1^{-3} - 3^{-1} :$$

الحل :

$$0 = 1 - 1 = 1^{-3} - 3^{-1}$$

ملاحظة : كما قلنا في أسس القوى العدد ( 1 ) أس أي عدد هو 1

$$(3) \text{ إذا كان } \sqrt{5 - s} = 3 \text{ فإن } s = \dots ?$$

الحل :

أولاً نقوم بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$$(\sqrt{5 - s})^2 = 3^2$$

$$s - 5 = 9$$

$$s = 9 + 5$$

$$s = 14$$

( ٤ ) أوجد الجذر العاشر للعدد  $10^9$  .

الحل :

$$10^9 = \sqrt[10]{10^9} = \sqrt[9]{10^9} = 10$$

( ٥ ) أوجد ناتج ( - س )  $33$  :

الحل :

بما أن الأس (  $33$  ) فردي إذا السالب سوف يبقى بجوار العدد

$$(- س)^{33} = - س^{33}$$

( ٦ )  $٨ \times م^{٠٥} = ٤$  . فأوجد قيمة م ؟

الحل :

$$٨ \times م^{٠٥} = ٤$$

$$٨ \times م^{٠٥} = ٤$$

$$٨ \times م^{٠٥} = ٤$$

$$\frac{١}{٢} = \frac{٤}{٨} = م^{٠٥}$$

$$\frac{١}{٤} = \left(\frac{١}{٢}\right)^٢ = م$$

$$\frac{١}{٤} = م$$

" بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر "

$$(7) \text{ س } 7 + 3 = 1 - \text{ . فأوجد قيمة س ؟}$$

الحل :

$$\text{س } 7 - 1 - = 3$$

$$\text{س } 8 - = 3$$

$$\sqrt[3]{8-3} = \sqrt[3]{3}$$

$$\text{س } 2 - = 3$$

" بأخذ الجذر الثالث للطرفين "

$$(8) \text{ س } 36 = 6 + 9 \text{ . أوجد قيمة س .}$$

الحل :

$$36 = 6 + 9$$

$$36 = 6 + 9$$

$$36 = 6 + 9$$

$$36 = 6 + 9$$

$$36 = 6 + 9$$

$$36 = 6 + 9$$

$$36 = 6 + 9$$

" بتطبيق قاعدة قوة القوة في الطرف الأول "

" إذا تساوت الأساسات والعلاقة مساواة فإن الأسس متساوية "

$$(9) \text{ إذا كان } 7^س = 5 \text{ فإن } 49^س = ؟$$

الحل :

$$49^س = (7 \times 7)^س = 7^س \times 7^س = 5 \times 5 = 25$$

$$(10) \text{ أوجد ناتج } س^ن \times س^{-ن} = ؟$$

الحل :

في حالة الضرب إذا تساوت الأساسات نجمع الأسس

$$س^ن \times س^{-ن} = س^{(ن-) + ن} = س^0 = 1$$

$$(11) |س - 1| = 3. \text{ أوجد قيمة } س.$$

الحل :

بما أن الناتج هو 3 إذا ما بداخل القيمة المطلقة هو -3 أو 3

نقوم بعمل مساواة لما داخل القيمة المطلقة بالقيمتين

$$س - 1 = 3 \leftarrow س = 1 + 3 = 4$$

أو

$$س - 1 = -3 \leftarrow س = 1 - 3 = -2$$

$$\text{إذاً } س = \{ -2, 4 \}$$

$$(12) \text{ احسب } \sqrt{68} \times \sqrt{17} = \dots :$$

الحل :

نقوم بتحليل العدد 68 نجد أنه يساوي  $4 \times 17$

$$= \sqrt{4 \times 17 \times 17} = \sqrt{68 \times 17}$$

$$34 = 2 \times 17 = \sqrt{4} \times \sqrt{17 \times 17}$$

$$(13) \text{ } 7^s = 4^{-s} \cdot 1. \text{ أوجد قيمة } s ?$$

الحل :

لابد أن نقوم بمساواة الأساسات حتى نستطيع مساواة الأسس

$$\text{نجد أن } 7 = 4^{-s}$$

$$7 = 4^{-s}$$

$$s = 4$$

$$s = 4$$

$$(14) \text{ أوجد الجذر العاشر لـ } (27 \times 2^3) :$$

الحل :

$$\sqrt[10]{27 \times 2^3} = \sqrt[10]{3^3 \times 2^3} = \sqrt[10]{(3 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2)} = \sqrt[10]{3^3 \times 2^3} = \sqrt[10]{3^3 \times 2^3}$$

( ١٥ ) إذا كان  $s = -1$  . فإن  $2s^3 - s^2 + 8s - 1 = ?$

الحل :

$$\begin{aligned} & 2s^3 - s^2 + 8s - 1 \\ & = 2(-1)^3 - (-1)^2 + 8(-1) - 1 \\ & = 2(-1) - 1 - 8 - 1 \\ & = -2 - 1 - 8 - 1 \\ & = -12 \end{aligned}$$

( ١٦ ) إذا كان  $s = 1$  . فأوجد قيمة  $s$  .

الحل :

$s = 1$  " لأن أي عدد أس ٠ يساوي ١ "

$$(17) (\sqrt{2} + \sqrt{4}) \div (\sqrt{2} + \sqrt{4})$$

الحل :

$$(\sqrt{2} + \sqrt{4}) \div (\sqrt{2} + \sqrt{4})$$

" يختصر  $\sqrt{2}$  من البسط والمقام "

$$\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{4}) \sqrt{2}}{(\sqrt{2} + \sqrt{4}) \sqrt{2}}$$

" بأخذ عامل مشترك  $\sqrt{2}$  في البسط "

$$\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{4}) \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{4})}{1} =$$

" يختصر  $\sqrt{2}$  من البسط والمقام "

$$\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{4}) \sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$$

$$72 = 64 + 8 = \sqrt{2} + \sqrt{4} =$$